

Blatt 1

Abgabe am 20. September

Die Übungen dieser Woche sollten hauptsächlich Wiederholung des Gymnasialstoffes sein. Gleichzeitig sollen sie helfen, uns einen Einblick in Ihre bisherigen Kenntnisse zu verschaffen.

Die Punkte, die Sie für das korrekte Lösen dieser Aufgaben erhalten, sind Bonuspunkte. Sie werden am Ende des Semesters gutgeschrieben, zählen aber nicht zu der Gesamtpunktzahl.

Versuchen Sie vollständig zu argumentieren und begründen Sie Ihre Antworten.

Aufgabe 1. Einfache Kombinatorik (A, 3 Punkte)

- (a) Auf einem Schachbrett sollen 8 Türme so positioniert werden, dass keiner im Wirkungsbereich eines anderen liegt. Wieviele Möglichkeiten gibt es?
- (b) Ein Güterzug besteht aus 5 Tankwagen, 7 Holzwagen und 10 Kieswagen (Wagen gleichen Typs sind jeweils nicht unterscheidbar). Auf wieviele Arten kann die Zugkomposition zusammengestellt werden?
- (c) Aus den Ziffern 1 bis 9 sollen 3-stellige Zahlen gebildet werden, dabei darf jede Ziffer nur einmal vorkommen. Wieviele Zahlen sind möglich?
- (d) Wieviele dreistellige Zahlen mit lauter geraden Ziffern gibt es?
- (e) Auf einem Blatt Papier sind 6 Punkte gegeben. Wieviele Dreiecke kann man bilden deren Eckpunkte aus je 3 dieser 6 Punkte bestehen?
- (f) Dominosteine haben jeweils 2 Zahlen von 0 bis 6 aufgedruckt. Dabei darf auch zweimal dieselbe Zahl stehen. Wieviele verschiedene Dominosteine gibt es?

Aufgabe 2. (A, 1 Punkt)

Ein Marktforschungsinstitut hat für Sie folgende Daten erhoben: 80% ihrer potentiellen Kunden besitzen einen Computer, 70% haben einen DVD-Player und 40% besitzen beides. Bezahlen Sie die Rechnung des Marktforschungsinstituts?

Aufgabe 3. (A, 2 Punkte)

Sie ziehen Karten aus einem gut gemischten Kartenspiels (36 Karten, bestehend aus 4 Farben zu je 9 Bildern). Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse.

- (a) Die zweitoberste Karte ist ein As.
- (b) Die oberste Karte ist das Herz As, die unterste das Kreuz As.

(c) Die 9 obersten Karten sind alle Herz.

Aufgabe 4. Formeln für Binomialkoeffizienten (B, 3 Punkte)

Geben Sie kombinatorische Argumente, um die folgenden Identitäten zu zeigen:

(a)

$$\binom{m+n}{r} = \sum_{j=0}^r \binom{n}{j} \binom{m}{r-j}$$

Hinweis: Betrachten Sie eine Urne mit m schwarzen und n weissen Kugeln und ziehen Sie r Kugeln.

(b)

$$\binom{n}{k} = \sum_{j=k}^n \binom{j-1}{k-1}$$

Hinweis: Zählen Sie die Teilmengen von $\{1, \dots, n\}$ mit k Elementen, die das grösste Element j haben.

(c)

$$\sum_{j=1}^n j \binom{n}{j} = n \cdot 2^{n-1}$$

Hinweis: Zählen Sie, mit zwei unterschiedlichen Methoden, wieviele Möglichkeiten es gibt aus n Personen ein Komitee zu bilden, wenn die Anzahl der Personen im Komitee beliebig ist und jedes Komitee einen Präsidenten hat.